

Cálculo Diferencial e Integral 2 Respostas à Ficha de Trabalho 4

1. (a) $\nabla f(x, y) = \left(\arctan y, \frac{x}{1+y^2} \right);$
$$Hf(x, y) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{1+y^2} \\ \frac{1}{1+y^2} & -\frac{2xy}{(1+y^2)^2} \end{bmatrix}.$$
- (b) $\nabla g(x, y, z) = \left(\frac{1}{x}, \frac{1}{y}, e^z \right);$
$$Hg(x, y, z) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{x^2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{y^2} & 0 \\ 0 & 0 & e^z \end{bmatrix}.$$
4. $P_2(x, y) = e + e(x - 1) + \frac{e}{2}(x - 1)^2 - \frac{e}{2}y^2.$
5. (a) Ponto de sela em $(0, 0)$.
(b) Ponto de mínimo em $(0, 0)$, ponto de sela em $(2, 0)$.
(c) Ponto de sela em $(1, -1)$.
(d) Ponto de mínimo em $(1, 1)$.
(e) Ponto de sela em $(0, 0)$.
(f) Ponto de sela em $(0, 0)$.
(g) Pontos de mínimo em $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ e $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$; ponto de sela em $(0, 0)$.
(h) Ponto de sela em $(-1, 0, 1)$.
(i) Pontos de mínimo em $(0, -1, 0)$ e $(2, -1, 0)$; ponto de sela em $(1, -1, 0)$.
(j) Pontos de máximo em $(2k\pi, 0, 0)$ com $k \in \mathbb{Z}$; pontos de mínimo em $(\pi + 2k\pi, 0, 0)$ com $k \in \mathbb{Z}$.
6. Ponto de mínimo global em $(0, 0, 0)$; pontos de máximo global em (a, b, c) com $a^2 + b^2 + c^2 = 1$.
7. $a < 0$: Ponto de máximo em $(0, 0)$, pontos de sela em $(\pm 1, 0)$.
 $a = 0$: Ponto de máximo em $(0, 0)$, pontos de sela em $(\pm 1, 0)$.
 $a > 0$: Ponto de sela em $(0, 0)$, pontos de mínimo em $(\pm 1, 0)$, pontos de máximo em $(0, \pm\sqrt{a})$, pontos de sela em $(\pm 1, \pm\sqrt{a})$.