

Álgebra Linear

LEBiom e LEBiol

Teste 1 - Versão A - 10 de Outubro de 2023 - 20h

Duração: 45 minutos

Teste 1

Apresente e justifique todos os cálculos

1. Para cada parâmetro real α , considere o sistema linear cuja matriz aumentada é dada por

$$A = \left[\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & \alpha & 1 \\ 2 & \alpha & -2\alpha & \alpha \\ -\alpha & \alpha & 1 & -1 + 2\alpha \end{array} \right]$$

- (3 val.) (a) Determine em função de α quando é que o sistema é impossível, possível, determinado ou indeterminado.
- (3 val.) (b) Para $\alpha = -2$, determine o conjunto das soluções do sistema.
- (1 val.) (c) Determine a característica de A para $\alpha = 1$.

- (3 val.) 2. Sejam $A, B \in M_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ matrizes invertíveis tais que $AB = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Determine a matriz $X \in M_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ que satisfaz a equação

$$B(X^T - 2I_3)A = I_3.$$

- (4 val.) 3. Mostre que o conjunto

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix} \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R}) : b = a + c \right\}$$

é um subespaço vetorial de $M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ e indique um conjunto gerador de W .

4. Seja V o espaço vetorial dos polinómios reais de grau ≤ 3 e seja $L(S) \subset V$ a expansão linear do conjunto

$$S = \{1 - x + x^2, 1 + x\}.$$

- (1 val.) (a) Determine se o vetor $p(x) = x^2$ pertence a $L(S)$.
- (2 val.) (b) Determine equações homogéneas que descrevam $L(S)$.

- (3 val.) 5. Sejam $A, B \in M_{n \times 1}(\mathbb{R})$ matrizes não nulas. Determine a característica de AB^T . Justifique.