

ÁLGEBRA LINEAR

PRIMEIRO TESTE - VERSÃO B 19 DE OUTUBRO DE 2022 - 18H DURAÇÃO: 45 MINUTOS

LMAC E LEFT

- (1) Considere o sistema linear cuja matriz aumentada é dada por

$$A = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 - \alpha & 1 & 0 & \alpha \\ 1 & -1 & 1 - \alpha & 0 \\ 0 & 2 - \alpha & -1 & 2 \end{array} \right]$$

- (a) Determine em função de α se o sistema é impossível, possível determinado ou indeterminado, indicando ainda a característica da matriz $A \in M_{3 \times 4}(\mathbb{R})$ em função de α .
- (b) Determine o conjunto das soluções do sistema para $\alpha = 2$.
- (2) Determine, se existirem, as matrizes A que satisfazem *ambas* as seguintes equações

$$\left\{ \begin{array}{l} A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 8 & -3 \\ -1 & 12 & -5 \\ 8 & -48 & 24 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 0 \\ 0 & 3 & -2 \end{bmatrix} A^3 \begin{bmatrix} 1 & 8 & -3 \\ -1 & 12 & -5 \\ 8 & -48 & 24 \end{bmatrix}^{-1} + 3A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

Sugestão: Note que a matriz do lado direito do sinal de igual na primeira equação aparece também na segunda equação.

- (3) Considere o conjunto de vetores $S = \{(-1, 2, 1, 1), (1, 0, -1, 1), (1, 1, -2, 1)\} \subset \mathbb{R}^4$
- (a) Determine se o conjunto S é linearmente dependente.
- (b) Determine um conjunto de equações cartesianas que definam $L(S)$ como subconjunto de \mathbb{R}^4 .
- (4) Seja V um espaço vetorial e $W_1, W_2 \subset V$ dois subespaços vetoriais. Mostre que $W_1 \cup W_2$ é um subespaço vetorial de V se e só se $W_1 \subset W_2$ ou $W_2 \subset W_1$.