

## ÁLGEBRA LINEAR

### PRIMEIRO TESTE - VERSÃO A 19 DE OUTUBRO DE 2022 - 18H DURAÇÃO: 45 MINUTOS

#### LMAC E LEFT

- (1) Considere o sistema linear cuja matriz aumentada é dada por

$$A = \left[ \begin{array}{ccc|c} -\alpha & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1-\alpha & 0 & 1-\alpha \\ 1 & -1 & -\alpha & 0 \end{array} \right]$$

- (a) Determine em função de  $\alpha$  se o sistema é impossível, possível determinado ou indeterminado, indicando ainda a característica da matriz  $A \in M_{3 \times 4}(\mathbb{R})$  em função de  $\alpha$ .
- (b) Determine o conjunto de soluções do sistema para  $\alpha = 2$ .
- (2) Determine, se existirem, as matrizes  $A$  que satisfazem *ambas* as seguintes equações

$$\left\{ \begin{array}{l} A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}^{-1} A^3 \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} - 2A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

*Sugestão: Note que a matriz do lado direito do sinal de igual na primeira equação aparece também na segunda equação.*

- (3) Considere o conjunto de vetores  $S = \{(-2, 1, -2, 1), (1, 1, 0, -1), (1, 4, -2, -2)\} \subset \mathbb{R}^4$
- (a) Determine se o conjunto  $S$  é linearmente dependente.
- (b) Determine um conjunto de equações cartesianas que definam  $L(S)$  como subconjunto de  $\mathbb{R}^4$ .
- (4) Seja  $V$  um espaço vetorial e  $W_1, W_2 \subset V$  dois subespaços vetoriais. Mostre que  $W_1 \cup W_2$  é um subespaço vetorial de  $V$  se e só se  $W_1 \subset W_2$  ou  $W_2 \subset W_1$ .