

ÁLGEBRA LINEAR

PRIMEIRO TESTE - 10/10/2023

DURAÇÃO: 45M

LMAC, LEFT

INSTRUÇÕES

- As cotações das alíneas estão indicadas na margem esquerda da folha do enunciado.
- **Desligue o telemóvel!**
- Não é permitida a utilização de quaisquer elementos de consulta nem de máquinas calculadoras.
- O teste não pode ser realizado a lápis.
- **Justifique todas as respostas e apresente todos os cálculos.**
- Boa sorte!

pergunta	classificação
1 (a)	
1 (b)	
1 (c)	
2	
3	
4	
5	
total	

Nome: _____

Nº: _____

Sala: _____

(1) Sejam α, β parâmetros reais e considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & -1 & 0 & \beta \\ -1 & \beta & \alpha + 1 & 1 & -\beta \\ 1 & -\beta & -1 - \alpha & \alpha^2 - \alpha - 1 & 2\beta \end{bmatrix}$$

(3 val.)

(a) Determine a característica de A em função de α e β .

(3 val.)

(b) Determine o conjunto dos valores de α e β para os quais o sistema não homogêneo associado a A (que tem 3 equações e 4 incógnitas) é possível.

(3 val.)

(c) Para $\alpha = 1, \beta = 0$ determine um conjunto de três geradores para o núcleo de A .

(2 val.)

(2) Um sistema linear de n equações com n incógnitas pode ter exatamente duas soluções?

(2 val.)

(3) Seja $A \in M_{4 \times 4}(\mathbb{R})$ uma matriz invertível tal que

$$A \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Determine a entrada 23 (linha 2, coluna 3) de A^{-1} .

(4 val.)

(4) Resolva a seguinte equação matricial

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \left(3A - \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} [0 \ 1 \ -2] \right) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}^{-1}$$

(3 val.)

(5) Seja V um espaço vetorial real e x um vetor não nulo de V . Indique justificadamente em que condições o subconjunto

$$W = V \setminus \{\alpha x : \alpha \in \mathbb{R} \setminus 0\}$$

é um subespaço vetorial de V .