

## Cálculo Diferencial e Integral III

### 1º Semestre

### Ficha de Problemas nº 8 (Aula Online)

#### Teorema de Stokes e Potenciais Vectoriais

1. Use o teorema de Stokes para calcular  $\iint_S \text{rot } F \cdot \nu \, dS$  sendo

- (a)  $S$  é a parte do plano  $x + z = 2$  no interior do cilindro  $x^2 - 2x + y^2 = 0$ , em que se considera a normal  $\nu$  com terceira componente positiva e

$$F(x, y, z) = (x - 1, -z, y).$$

- (b)  $S$  a superfície  $z^2 = x^2 + y^2$  com  $0 \leq z \leq 1$ , sendo  $\nu$  a normal com componente  $z$  positiva e

$$F(x, y, z) = (0, y, 0).$$

2. Calcule o trabalho realizado pelo campo vectorial

$$F(x, y, z) = (z^2, 2xy, 4y^2).$$

ao longo da curva  $C$  definida como a fronteira do polígono de vértices  $(0, 0, 0)$ ,  $(1, 0, 0)$ ,  $(1, 2, 1)$ , e  $(0, 2, 1)$  (percorridos neste sentido).

3. Sendo  $F(x, y, z) = (y, -x, \cos(x^2 + y^2 + z^2))$ , calcule o fluxo de  $\text{rot } F$  através da superfície

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 < z = x^2 + y^2 - 1 < 3\}$$

no sentido da normal com terceira componente negativa.

4. Considere o campo vectorial  $F(x, y, z) = (-z^2, 2, x^2)$  e a superfície

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^2 : y = 5 - x^2 - z^2, 1 < y < 4\}$$

orientada pela normal unitária com 2ª componente positiva.

(a) Mostre que existem potenciais vectoriais para  $F$  e calcule um deles.

(b) Utilizando o teorema de Stokes, calcule o fluxo de  $F$  através de  $S$ .