

Cálculo Diferencial e Integral III

1º Semestre

Ficha de Problemas nº 7 (Aula Online) Fluxo e Teorema da Divergência

1. Calcule o fluxo do campo vectorial $F(x, y, z) = (-y, x, z)$ através da superfície

$$S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 + y^2 - 1 ; z < 0 ; y > 0 \right\},$$

orientada pela normal unitária \mathbf{n} tal que $\mathbf{n}_z < 0$.

2. Utilizando o teorema da divergência, calcule $\iint_S F \cdot \nu dS$ onde $F = (x, y, z^2)$ e S é a fronteira do sólido

$$B = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \right\}$$

orientada segundo a normal unitária exterior ao sólido.

3. Use o teorema da divergência para calcular o fluxo de F através de S , onde

$$F(x, y, z) = (3xy^2, xe^z, z^3)$$

e S é a superfície do sólido delimitado pelo cilindro $y^2 + z^2 = 1$ e pelos planos $x = -1$ e $x = 2$, orientada pela normal unitária exterior ao sólido.

4. Determine o fluxo de $F = (x, x^2 + \cos z^3, z + \arctg(xy))$ através da superfície

$$S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 = y^2 + z^2, 0 < x < 2 \right\}$$

na direcção da normal a S com primeira componente negativa.

5. Utilizando o teorema da divergência, calcule o volume do sólido limitado pelo parabolóide $y = 5 - x^2 - z^2$ e pelos planos $y = 1$ e $y = 4$.