

Cálculo Diferencial e Integral III

1º Semestre

Ficha de Problemas nº 6 (Aula Online) Superfícies e Integrais de Superfície

1. Identifique a superfície que é imagem da parametrização:

$$g(\theta, r) = (r \cos \theta, r \sin \theta, r^2 \sin 2\theta) \quad \text{com } 0 \leq \theta < 2\pi, \quad 0 \leq r < 1.$$

2. Determine uma equação do plano tangente e da recta normal à superfície $4x^2 + 4y^2 + z^2 = 2$ no ponto $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)$.

3. Calcule

$$\iint_S 2x \, dS$$

onde $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y = 12 - 3x^2 - 3z^2, y > 0\}$.

4. Calcule a massa de $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y^2 + z^2 = 4, 0 < x < 3 - z\}$, onde a densidade em cada ponto de S é dada por $\sigma(x, y, z) = 3y^2$.

5. Determine a área de

(a) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x + 3y + 6z = 9, x^2 + y^2 < 7\}$

(b) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 25, z < 0\}$

6. Calcule $\text{rot } F$ e $\text{div } F$ para

(a) $F(x, y, z) = (x^2y, 3x - z^3, 4y^2)$

(b) $F(x, y, z) = \left(3x^2 + 2z^2, \frac{x^2y^2}{2}, zx - z\right)$