

# Cálculo Diferencial e Integral III

## 1º Semestre

### Ficha de Problemas nº 2 (aula online)

#### Equações Diferenciais Separáveis, Exactas e Redutíveis a Exacta

1. Determine a solução do problema de valor inicial:

$$\frac{dy}{dx} = 2x \cos^2 y, \quad y(0) = \frac{\pi}{4}$$

2. Determine a solução dos problemas de Cauchy

(a)  $2xy - 3x^2 + (x^2 - 2y)y' = 0$ ,  $y(0) = -1$

(b)  $\cos x - x \operatorname{sen} x + y^2 + 2xyy' = 0$ ,  $y(\pi) = 1$

3. Considere a equação diferencial

$$\frac{y}{x} + (y^3 - \log x) \frac{dy}{dx} = 0 \quad (1)$$

(a) Verifique que (1) tem um factor integrante da forma  $\mu = \mu(y)$  e determine-o.

(b) Prove que as soluções de (1) são dadas implicitamente por  $\Phi(x, y) = C$ , onde  $C$  é uma constante arbitrária e

$$\Phi(x, y) = \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{y} \log x$$

(c) Determine a solução de (1) que satisfaz a condição inicial  $y(1) = \sqrt{2}$ .

4. Considere o problema de valor inicial:

$$\begin{cases} y^2 \left( \frac{1}{x} + \log x \right) + 2y \log x \frac{dy}{dx} = 0 \\ y(e) = -1 \end{cases}$$

Obtenha explicitamente a solução deste problema e determine o intervalo máximo de solução.

5. Determine a solução da equação diferencial

$$\frac{dx}{dt} = \frac{2x^4 + t^4}{x^3 t}, \quad t > 0 \quad \text{e} \quad x > 0$$

que verifica a condição inicial  $x(1) = 1$  e indique o intervalo máximo de definição da solução.

**Sugestão:** Considere a mudança de varável  $v = x/t$ .