Probabilidades e Estatística
Capítulo 1. Análise exploratória de dados: Introdução ao R

Conceição Amado e Isabel M Rodrigues

Instituto Superior Técnico

Lisboa, 2022

Sumário

- Quem sou eu? Conceição Amado

  Email: conceicao.amado@tecnico.ulisboa.pt

  Telefone gabinete: 218417045 (ext: 1045)

  Gabinete: Piso 5, Pavilhão de Matemática

Informação da disciplina

- Disciplina Semestral - aulas teórico-práticas
- 7 março a 22 abril + 9 maio a 24 junho –> o nosso período de aulas;
- 4 a 8 de julho –> avaliação: Época normal;
- 18 a 22 de julho –> avaliação: Época de recurso

Disciplina website:

LEQ: `https://fenix.tecnico.ulisboa.pt/disciplinas/PEstatisticad5/2021-2022/2-semestre`

LEBiol: `https://fenix.tecnico.ulisboa.pt/disciplinas/PEstatisticad6/2021-2022/2-semestre`

Informação da disciplina

- Serão disponibilizados os slides e exercícios em R na página da disciplina no FENIX em *Material Complementar*.
- **Horários de Dúvidas** - ver página da disciplina FENIX - **Nota:** Na ausência de alunos, cada período de esclarecimento de dúvidas termina 30 minutos após o seu início.

- **Bibliografia** (principal):
  - *Introduction to Probability and Statistics for Engineers and Scientists*, Ross, Sheldon M 2014 5th ed, Academic Press
  - *Probability and Statistics for Data Science: Math + R +*, Matloff, N. 2019 1st ed., Data Chapman and Hall/CRC
  - *Introductory Statistics with R*, Dalgaard, P 2002 Springer
  - *A Modern Introduction to Probability and Statistics: Understanding Why and How*, Dekking, F.M., Kraaikamp, C., Lopuhaä, H.P., Meester, L.E. 2005 Springer

Avaliação

0.5 Exame + 0.3 Projeto + 0.2 Problemas

50% **Exame**
- Época Normal (6 de julho) + Recurso (22 de julho)
- Nota mínima: 7.5

30% **Projeto**
- Distribuído: semana de 28 de março - 1 de abril;
- Entrega: 12 de junho (data limite);
- Plataforma de submissão: MOODLE.

20% **Problemas**
- 6 séries de 5 problemas distribuídas, via FENIX, nas semanas 4, 6, 11, 12, 14 e 16
- média das 5 melhores classificações

Avaliação (cont.)

- Projeto e Problemas **individuais**
- Projeto: resolução de um conjunto de exercícios com recurso ao software estatístico R (usando IDE RStudio).

MUITO, MUITO IMPORTANTE

Para a realização do projecto têm de ter como email principal no FENIX o do técnico!!

lalala**@tecnico.ulisboa.pt**

- Nem o projeto nem os problemas têm nota mínima.
- O mesmo método de avaliação aplica-se aos alunos trabalhadores-estudantes.
- As classificações obtidas no projeto computacional e na série de problemas transitam para a Época de Recurso.

Avaliação descrita em detalhe no FENIX - Método de avaliação: `https://fenix.tecnico.ulisboa.pt/disciplinas/PEstatisticad5/2021-2022/2-semestre/metodos-de-avaliacao`

Análise Exploratória de Dados (AED)

A finalidade da AED é:

- examinar os dados previamente à aplicação de qualquer técnica estatística
- deste modo o analista consegue um entendimento básico dos seus dados e das relações existentes entre as variáveis analisadas.

Após a coleta e a digitação de dados em uma base de dados apropriada, o próximo passo é a análise descritiva. Esta etapa é fundamental, pois uma análise descritiva detalhada permite ao pesquisador familiarizar-se com os dados, organizá-los e sintetizá-los de forma a obter as informações necessárias do conjunto de dados para responder as questões que estão sendo estudadas - Estatística Descritiva

Estatística Descritiva

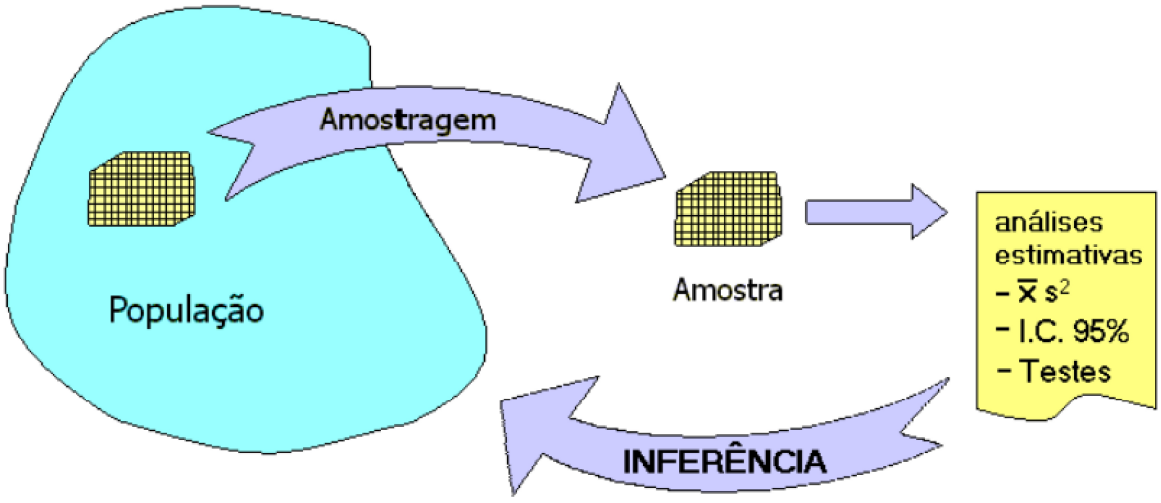
Conceitos básicos em Estatística:

- **População ou universo**: conjunto de todos os elementos que têm alguma caraterística em comum (ex: todos os alunos do IST)
- **Unidades estatística**: elemento da população (aluno do IST)
- **Variável**: característica de interesse em estudo (ex: X - altura de os alunos do IST e x - altura observada de um aluno do IST (**dado**)).
- **Amostra**: subconjunto da população observado, $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$

Objetivos da Estatística Descritiva:

- condensar os dados observados, $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$, em tabelas;
- calcular indicadores de localização e de dispersão;
- fazer representações gráficas.

Estatística



Algumas Etapas da AED

- preparar os dados para serem acessíveis a qualquer técnica estatística
- realizar um exame gráfico da natureza das variáveis individuais a analisar e uma análise descritiva que permita quantificar alguns aspectos gráficos dos dados
- realizar um exame gráfico das relações entre as variáveis analisadas e uma análise descritiva que quantifique o grau de inter-relação entre elas
- identificar os possíveis casos atípicos (*outliers*)
- avaliar, se for necessário, a presença de dados ausentes (*missing*)

Tipos de variáveis

Variável: Qualquer característica associada a uma população

Classificação da variável:

- Qualitativa: são aquelas que apresentam como possíveis realizações uma qualidade ou atributo do indivíduo pesquisado
  - Nominal: sexo, cor dos olhos
  - Ordinal: classe social, grau de instrução
- Quantitativa: são aquelas que apresentam como possíveis realizações números resultantes de uma contagem ou mensuração
  - Contínua: peso, altura
  - Discreta: número de filhos, número de carros

Instalação do R e do Rstudio

Instalação

- Instalar o programa R (`http://www.r-project.org`). Na secção download escolher qual o seu sistema operativo (Mac, Linux ou Windows) e qual o seu processador 32- ou 64-bits.
- Na página r-projet.org, no lado esquerdo debaixo do texto download, aparece a opção CRAN e na nova página deve escolher um dos servidores internacionais.
- O programa R dispõe de uma interface gráfica própria. Porém, utilizaremos um interface gráfico avançado (IDE-Integrated Development Environment) que se chama RStudio (https://www.rstudio.com/products/rstudio/download/).

Ver também o documento `Instructions for installing R and RStudio.pdf` em `https://web.tecnico.ulisboa.pt/~ist13493/PE_aulas2022/R_Material_exerciciosR/`

Algumas estruturas de dados em R

Estruturas de dados

- Um vector `c()`
- As matrizes correspondem a um conjunto de elementos do mesmo tipo definida através de linhas e colunas, `matrix`
- As arrays apresentam as mesmas características que as matrizes, mas apresentam a possibilidade de terem mais de duas dimensões.
- As listas são conjuntos de dados que podem ser de qualquer tipo.
- Uma data frame corresponde a um conjunto de vetores de igual tamanho. Esses vetores não têm de ser necessariamente do mesmo tipo de dados. As data frames são utilizadas para armazenar tabelas de dados.
- Um factor é um vector especializado para dados categóricos.

No RStudio e alguns comandos R...

- Linha de comandos (`Console`)
- Subjanela de `script` ⇒ mais adequado
- Se o resultado for uma variável ou um gráfico, estes vão aparecer nas subjanelas: `Environment` ou `Plot`.
- Concatenar e selecionar conj. de valores
  Exemplo 1: x <-c(1:10) x <-c(1,10)
  Exemplo 2: y <- c(65.2, 73.2, 66.3, 56.7), y[1:3] y[y>60]
- Construir matriz
  Exemplo 1: `y <- matrix(1:6, nrow=3, ncol=2)`
  Exemplo 2: `mat <- c(10, -3, 42, -10)`
  `namesL <- c("l1", "l2") namesC <- c("C1", "C2")`
  `matfinal <- matrix(mat, nrow=2, ncol=2, byrow=TRUE, dimnames=list(namesL, namesC))`

Algumas estruturas de dados em R

Estruturas de dados: exemplo data frame

- Alunos = as.factor(c("Pedro", "Maria","João", "Ana"))
- Idade = c(15, 18, 22, 17)
- Estudos = as.factor(c("FIS", "MAT", "AMB", "INF"))
- dados.my = data.frame(Alunos,Idade,Estudos)

	Alunos	Idade	Estudos
1	Pedro	15	FIS
2	Maria	18	MAT
3	João	22	AMB
4	Ana	17	INF

Variáveis Quantitativas - Indicadores amostrais

Indicadores numéricos (ou amostrais) de $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$

- Medidas de **localização amostrais**: média, moda, quantis, mediana e quartis
- Medidas de **dispersão amostrais**: variância, desvio padrão e coeficiente de variação

Medidas de localização

- Média: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \Rightarrow$ `mean(variavelnome)`
- Moda (mo): é o valor (ou atributo) que ocorre com maior frequência $\Rightarrow$ (ver no Exercício 1)
- Quantil-α (q_α): chama-se quantil de ordem $\alpha, (0 < \alpha < 1)$, o valor q_α tal que há uma proporção α de observações inferiores ou iguais a q_αe uma proporção $(1 - \alpha)$ de observações maiores ou iguais a esse valor.

Variáveis Quantitativas - Indicadores amostrais

Seja $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$, denota-se por $x_{(1)} \leq x_{(2)}, \ldots, \leq x_{(n)}$ a amostra ordenada, i.e., $x_{(1)} = \min \mathbf{x}, \ldots, x_{(n)} = \max \mathbf{x}$

$$q_\alpha = \begin{cases} \frac{x_{(n\alpha)} + x_{(n\alpha+1)}}{2}, & n\alpha \text{ inteiro} \\ x_{([n\alpha]+1)}, & n\alpha \text{ não inteiro} \end{cases},$$

onde [.] é a parte inteira do número.
$\Rightarrow$ `quantile(variavelnome, type=2)`

- Mediana: é o valor que divide a amostra ordenada em duas partes iguais (com o mesmo número de observações cada), i.e. a mediana é o $q_{\frac{1}{2}} \Rightarrow$ `median(variavelnome)`
- Quartis: considerando a amostra ordenada dividida em quatro partes, cada uma com o mesmo número de observações, os pontos da divisão chamam-se quartis
  - $q_{\frac{1}{4}}$ é o 1º quartil
  - $q_{\frac{1}{2}}$ é a mediana (2º quartil)
  - $q_{\frac{3}{4}}$ é o 3º quartil

Em R

Média

```
# Criar um vector - valores de uma variável univariada
x <- c(12,7,3,4.2,18,2,54,-21,8,-5)
# Calcular a média
out.mean <- mean(x)
print(out.mean)
 [1] 8.22
```

Quantis

```
x <- c(12,7,3,4.2,18,2,54,-21,8,-5)
# Calcular quantis
out.quantis <- quantile(x,type=2) # type=2  usa regra de acordo
                                  com as expressões acima
print(out.quantis)
     0%   25%   50%   75%  100%
  -21.0   2.0   5.6  12.0  54.0
# Apenas a mediana
median(x)
[1] 5.6
```


Variáveis Quantitativas - Indicadores amostrais

Medidas de dispersão

- Amplitude (R): diferença entre o valor máximo e o valor mínimo, $R = x_{(n)} - x_{(1)}$
- Amplitude inter-quartis (IQR): $IQR = q_{\frac{3}{4}} - q_{\frac{1}{4}}$
- Variância (s_x^2 ou s^2): média dos quadrados dos desvios em relação à média aritmética, $s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$
- Desvio padrão (s_x ou s): $s_x = +\sqrt{s_x^2}$ (mesma unidade de medida da média)
- Coeficiente de variação (cv): dispersão relativa numa escala independente da unidade de medida ou da ordem de grandeza da variável e que só se calcula quando a variável toma valores de um só sinal; todos positivos ou todos negativos, $cv = \frac{s}{\bar{x}}$

Em R

Amplitude e IQR

```
# Criar um vector - valores de uma variável univariada
x <- c(12,7,3,4.2,18,2,54,-21,8,-5)
# Calcular a amplitude
out.amplitude <- range(x)
print(out.amplitude)
[1] -21  54
```

Variância, desvio padrão e coeficiente de variação

```
x <- c(12,7,3,4.2,18,2,54,-21,8,-5)
# Calcular a variância
out.var <- var(x)
print(out.var)
[1] 368.6618
# Desvio padrão
out.sd<-sd(x)
print(out.sd)
[1] 19.20057
# Coeficiente de variação
cv<-sd(x)/mean(x)
cv
[1] 2.335835
```


Variáveis Quantitativas - Indicadores amostrais

Duas variáveis observadas na unidade estatística

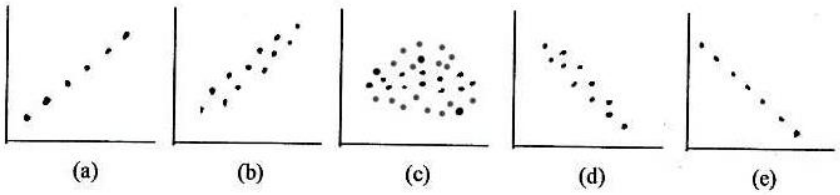
amostra bivariada: $(x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)$

Objetivo: Estudo simultâneo de duas séries de observações, pondo em evidência "relações" (associação linear) existentes entre elas

- Covariância de x e y (s_{xy}): $s_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1}$
  - $s_{xy} = 0 \implies$ x e y não associados linearmente
  - $s_{xy} > 0 \implies$ associação linear positiva
  - $s_{xy} < 0 \implies$ associação linear negativa
- Coeficiente de correlação linear x e y (r_{xy}): não é afetado, em valor absoluto, por transformações lineares e é adimensional $r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$, com $-1 \leq r_{xy} \leq 1$

Variáveis Quantitativas - Indicadores amostrais

- (a) $r = 1 \implies$ pontos observados sobre uma recta de declive positivo
- (b) $r \approx 1 \implies$ pontos observados próximos de uma recta de declive positivo
- (c) $r \approx 0 \implies$ a nuvem apresenta um aspecto arredondado ou alongado segundo um dos eixos.
- (d) $r \approx -1 \implies$ pontos observados próximos de uma recta de declive negativo
- (e) $r = -1 \implies$ pontos observados sobre uma recta de declive negativo.



Em R

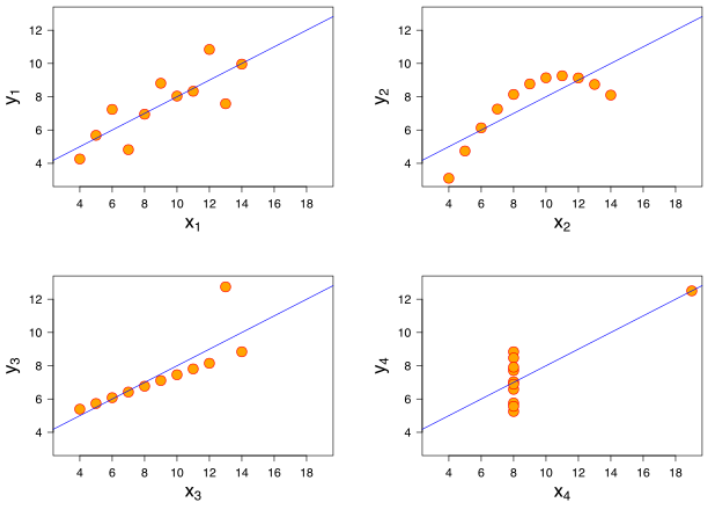
Covariância e Coeficiente de Correlação

```
tempos <- c(16,24,32,40,48,48,48,48,56,64,72,80)
resistencias <- c(199,214,230,248,255,262,279,267,305,298,323,359)
# Calcular a covariância amostral
cov(tempos,resistencias)
[1] 843.6364
# Calcular o coeficiente de correlação
 cor(tempos,resistencias)
[1] 0.9794227
```

Visualização dos dados

A importância de visualizar dados antes de aplicar testes estatísticos inferenciais e a limitação das estatísticas descritivas: Quarteto de Anscombe, para 4 conjuntos de dados temos praticamente as mesmas estatísticas descritivas (Tabela) mas ...

Propriedade	Valor
Média de x	9
Variância de x	11
Média de y	7,50
Variância de y	4,125
Correlação entre x e y	0,816
Reta de regressão linear	$y = 3,00 + 0,500x$
Coeficiente de determinação da regressão linear: R^2	0,67

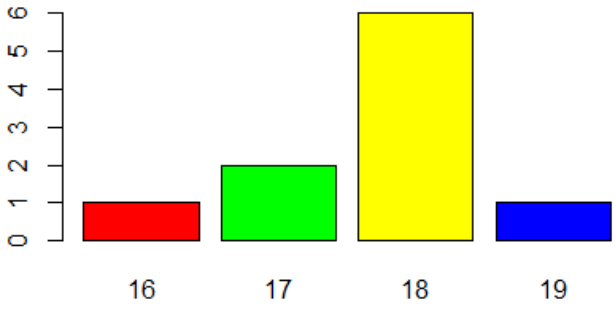


Alguns Métodos Gráficos: diagrama de barras *(barplot)*

Diagrama de barras⟶ para dados univariados de natureza discreta ou categórica

Diagrama de barras

```
age <- c(17,18,18,17,18,19,18,16,18,18)
table(age)
barplot(table(age), col = c("red", "green", "yellow", "blue"))
```

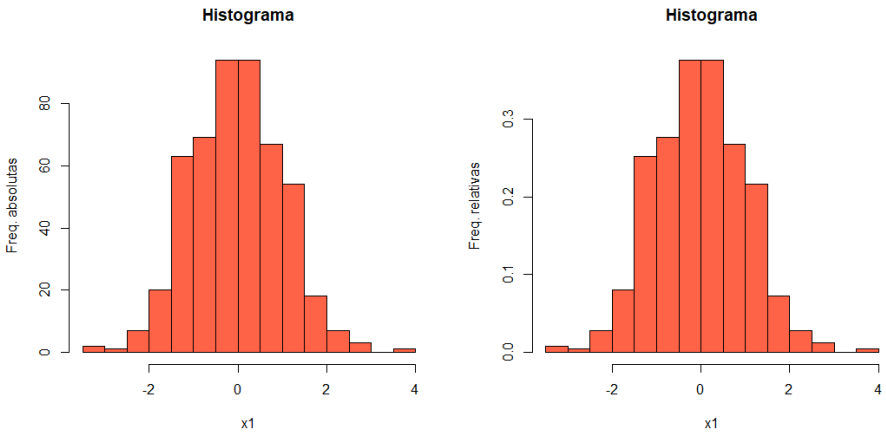


Alguns Métodos Gráficos: histograma

Histograma $\longrightarrow$ para dados de natureza contínua (dados agrupados)

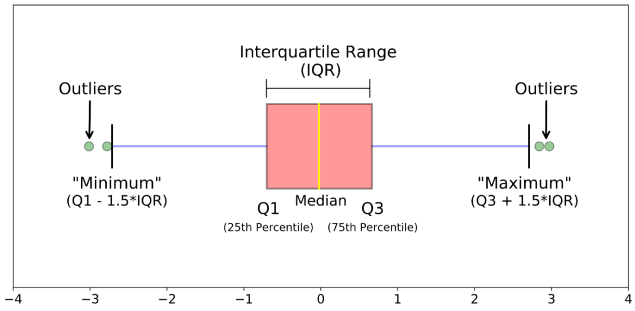
Histograma

```
set.seed(2022)
x1 <- rnorm(500)
 par(mfrow = c(1, 2))
hist(x1,col="tomato",pch=20,cex=4,breaks=15,ylab="Freq. absolutas"
 main="Histograma")
hist(x1,freq=FALSE,col="tomato",pch=20,cex=4,breaks=15,
 ylab="Freq.relativas",main="Histograma")
```



Alguns Métodos Gráficos. Caixa de bigodes (*Boxplot*)

- Fornece informações sobre posição, dispersão, assimetria, caudas e valores discrepantes (*outliers*)
- Para construí-la, desenha-se uma caixa com comprimento $IQR = q_{3/4} - q_{1/4}$. A mediana ($q_{1/2}$) é representada por um traço no interior da caixa e segmentos de reta são colocados da caixa até os valores máximo e mínimo, isto se não existirem observações discrepantes
- A observação x é classificada como discrepante (*outlier*) se: $x < q_{1/4} - 1.5 \times IQR$ ou $x > q_{3/4} + 1.5 \times IQR$

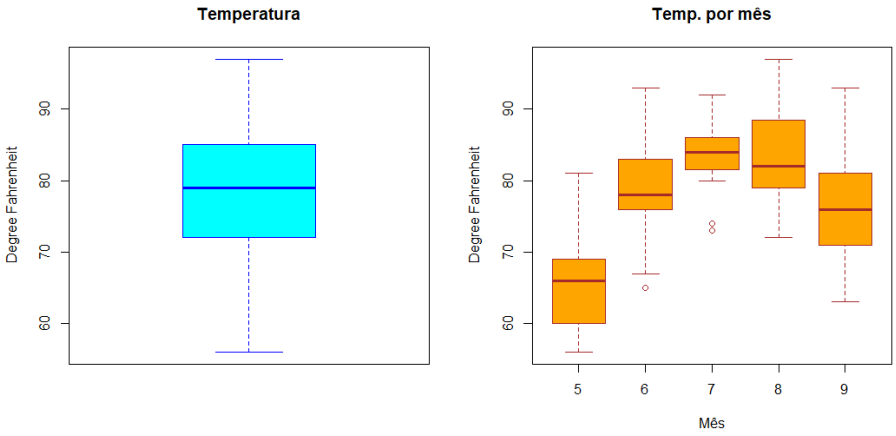


Alguns Métodos Gráficos. Caixa de bigodes (*Boxplot*)

Boxplot

```
par(mfrow = c(1, 2))
boxplot(airquality$Temp,
data=airquality,
main="Temperatura",
ylab="Degree Fahrenheit",
col="cyan",
border="blue"
)
```

```
boxplot(Temp~Month,
data=airquality,
main="Temp. por mês",
xlab="Mês",
ylab="Degree Fahrenheit",
col="orange",
border="brown"
 )
```



Alguns Métodos Gráficos: Função distribuição empírica ($F_n(x)$)

- É uma função definida para todo o número x real e que para cada x dá a proporção de elementos da amostra menores ou iguais a x:

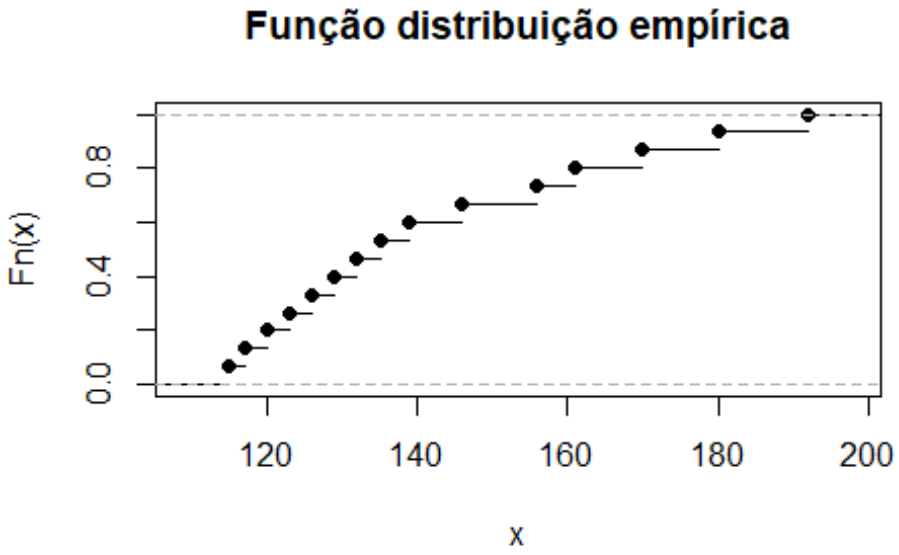
$$F_n(x) = \frac{\#\text{ observações } \leq x}{n}$$

- Para construí-la, seguem-se as seguintes etapas:
  1) Ordenar os n elementos da amostra: $(x_{(1)}, \ldots, x_{(n)})$;
  2) Considerar um sistema de eixos coordenados e marcar no eixo do xx os valores da amostra ordenada;
  3) Começar a desenhar a função da esquerda para a direita, atribuindo o valor 0 à esquerda de $x_{(1)}$, o valor $1/n$ entre $x_{(1)}$ e $x_{(2)}$, o valor $2/n$ entre $x_{(2)}$ e $x_{(3)}$, e assim sucessivamente até esgotarmos todos os valores da amostra. Para um valor igual ou superior a $x_{(n)}$, a função toma o valor 1. Se na amostra um valor se repete d vezes, então o salto da função nesse ponto será d/n, em vez de $1/n$.

Alguns Métodos Gráficos: Função distribuição empírica ($F_n(x)$)

Função distribuição empírica

```
x<-c(115, 117, 120, 123, 126, 129, 132, 135, 139, 146, 156,
161, 170, 180, 192)
 plot(ecdf(x), main="Função distribuição empírica")
```



Gráficos com a livraria do R ggplot2

Links

- https://www.r-graph-gallery.com/index.html
- https://ggplot2-book.org/index.html
- https://www.gapminder.org/

Gráficos com a função GGPLOT - estrutura

- A função ggplot permite definir os parâmetros iniciais do gráfico.

  ggplot(data=dados, aes(x= ... , y=...))

  A função

  geom_xxx()

  define o tipo de gráfico
- Exemplos: xxx = density, dotplot, point, histogram, bar, dotplot, violin, line, freqpoly, ...

Barplot - ggplot2

Barplot

```
library(ggplot2)    # ativa as funções desta package
data <- data.frame(
nome<-as.factor(c("A","B","C","D","E")) ,
valor<-c(3,12,5,18,45))
# Barplot
ggplot(data, aes(x=nome, y=valor, fill=nome)) +
geom_bar(stat = "identity")
```

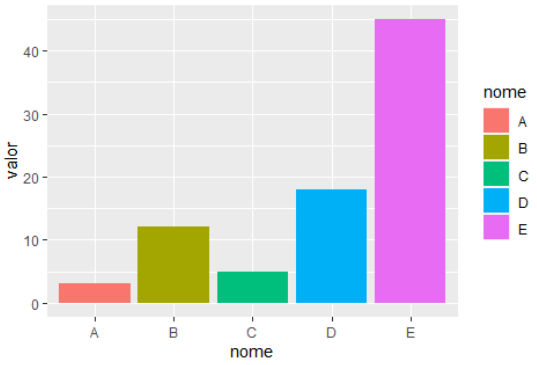


Gráfico de dispersão - 2 variáveis

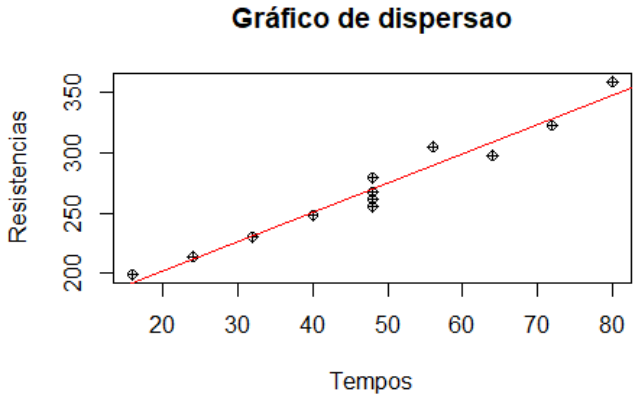
Gráfico de dispersão (*scatter plot*)

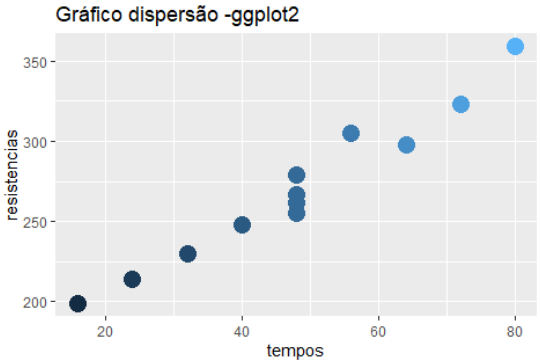
```
tempos <- c(16,24,32,40,48,48,48,48,56,64,72,80)
resistencias <- c(199,214,230,248,255,262,279,267,305,298,323,359)
plot(tempos,resistencias, main="Gráfico dispersao",
xlab="Tempos", ylab="Resistencias", pch=10)
abline(lm(resistencias ~ tempos)) #inclue linha de regressao no gráfico
```

ou mais elaborado com a *package* do ggplot2

Gráfico de dispersão (*scatter plot*) - ggplot2

```
tempos <- c(16,24,32,40,48,48,48,48,56,64,72,80)
resistencias <- c(199,214,230,248,255,262,279,267,305,298,323,359)
d<-data.frame(x=tempos, y=resistencias)
library(ggplot2) # ativa as funções desta package
ggplot(d, aes(x, y, color =x )) +
geom_point(shape = 16, size = 5, show.legend = FALSE) +
ggtitle("Gráfico dispersão -ggplot2")
```

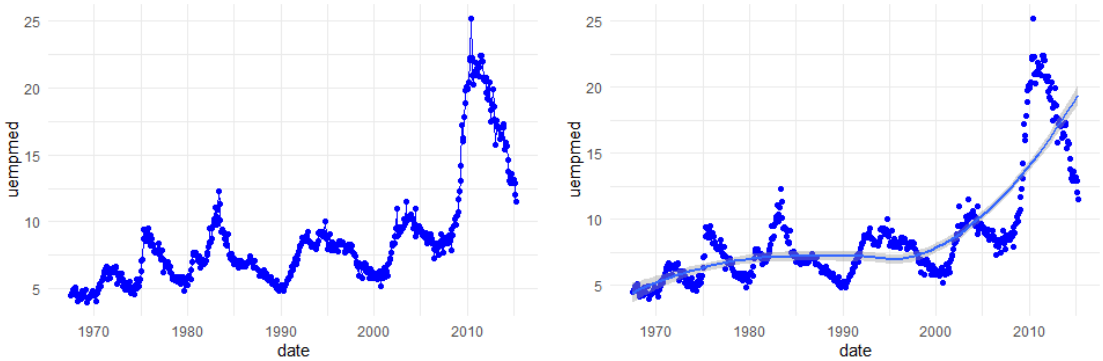




Outros Gráficos com ggplot

Gráficos de "linhas"

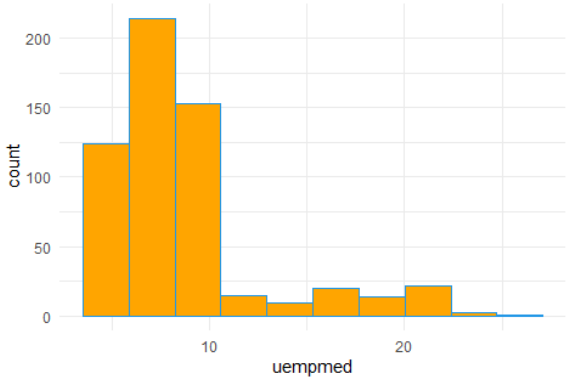
```
library(ggplot2)
theme_set(theme_minimal())
# detalhes sobre os dados fazer: >?economics
head(economics)
p <-ggplot(data= economics, aes(x = date, y = uempmed))
p + geom_line(colour="blue") + geom_point(colour="blue")
# Escolhendo outra cor e tamanho dos pontos
# p + geom_line(color = "#00AFBB", size = 2)
p + geom_point(colour="blue") + geom_smooth() # com ajuste de curva
```

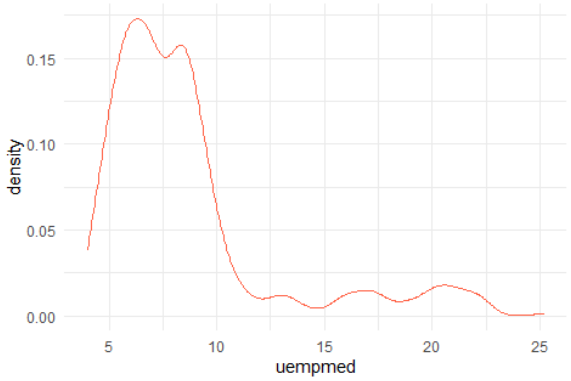


Outros Gráficos com ggplot: cont.

Histograma e densidade estimada

```
p2 <- ggplot(data= economics, aes(x =uempmed ))
p2 + geom_histogram(colour = 4, fill = "orange",bins = 10) # histograma
p2 + geom_density(colour="tomato")  # densidade estimada
```





Outros Gráficos com ggplot: cont.

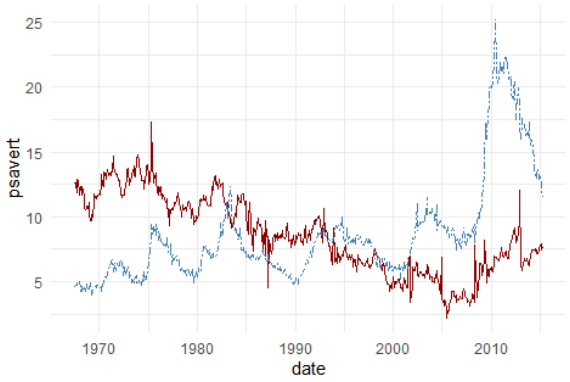
Gráficos com subconjunto de dados

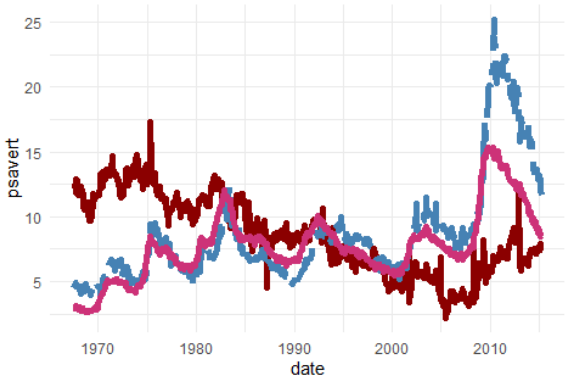
```
# Gráficos com subconjunto dos dados
ss <- subset(economics, date > as.Date("2000-1-1"))
ggplot(data = ss, aes(x = date, y = uempmed)) +
geom_line(color = "#FC4E07", size = 2)

ss2 <- subset(economics, date > as.Date("2006-1-1"))
ggplot(data = ss2, aes(x = date, y = uempmed)) +
geom_line(color = "#FC4E07", size = 2)
```

Outros Gráficos com ggplot: cont.

Gráfico com duas e três "linhas"/variáveis

```
p3<-ggplot(economics, aes(x=date))
p3 + geom_line(aes(y = psavert), color = "darkred") +
geom_line(aes(y = uempmed), color="steelblue", linetype="twodash")
p3 + geom_line(aes(y = psavert), color = "darkred",size = 2)
+ geom_line(aes(y = uempmed), color="steelblue",linetype="twodash",
size = 2) + geom_line(aes(y = unemploy/1000), color="violetred3",size = 2)
```





Escrever funções em R

- Uma das mais importantes características do R é a capacidade de escrever e modificar funções para efetuar cálculos. A forma geral de uma função em R é: `function (arguments) expression`
- Considere-se a função para obter o quadrado de um número: A nova função, a qual será denominada por `quad()`, é definida do seguinte modo (usar a subjanela `Script`):

  `quad <-function(x) x * x`

  onde `x` é o `argumento` da função. Esta nova função pode ser usada agora como mais uma função do R. Na `consola` ou `run` no `Script` fazer:

```
> quad(2)
 [1] 4
 > quad(c(2,3,10))
 [1]   4   9 100
```

- Note-se que a função `quad` é "vetorizável", no sentido em que pode ser aplicada a elementos de um vetor. Isso deve-se à utilização da operação aritmética `"*"` que já é uma operação "vectorizável".

Escrever funções em R

- A função abaixo, denominada `grande()`, toma dois vetores como argumento, compara-os, e origina um vetor constituído por elementos que correspondem ao máximo dos elementos das respetivas componentes dos dois vetores iniciais.

```
grande <-function(x,y) ifelse (y > x, y, x ) # criar a função
a <- c(1:10)
b<- rep(5,10)
grande(a,b) # aplicar a função
[1]  5  5  5  5  5  6  7  8  9 10
```

- Conversao de graus Celsius em Fahrenheit

```
toFahrenheit<-function(celsius){
        f = (9/5) * celsius + 32
  return(f)}
  toFahrenheit(30) #aplicar a função
  [1] 86
```


Escrever funções em R

- Veja-se agora um exemplo de uma função que tem como resultado uma lista. A função `polin()` calcula as raízes reais de uma equação de segundo grau.

```
polin <- function(a, b, c) {
         x1 <- x2 <- NA
         d <- b^2 - 4 * a * c
         if(d < 0)
           stop("Sem raizes reais\n")
         else {
                x1 <- (-b + sqrt(d)) / (2 * a)
                x2 <-(-b - sqrt(d)) / (2 * a)
                       }
               list(raiz1 = x1, raiz2 = x2)
               }
```

Escrever funções em R

- Aplique-se esta função ao cálculo das raízes da equação $6x^2 - 5x + 1 = 0$.

```
> polin(6,-5,1)
$raiz1:
[1] 0.5
$raiz2:
[1] 0.3333333
```

- Aplique-se esta função ao cálculo das raízes da equação $6x^2 + x + 1 = 0$.

```
> polin(6,1,1)
Error in polin(6, 1, 1) : Sem raizes reais
```


AED com R/RStudio: outros recursos

- Iara Denise Endruweit Battisti, Felipe Micail da Silva Smolski (2019). Software R: Análise estatística de dados utilizando um programa livre. http://www.editorafaith.com.br/ebooks/grat/978-85-68221-44-0.pdf
- https://vanderleidebastiani.github.io/tutoriais/Introducao_ao_R.html
- The R Graph Gallery em https://www.r-graph-gallery.com/ e DataCamp Course: Data Visualization in R.