

9ª Aula Prática

- 1) Considere a função $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x\sqrt{3x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Estude a função f quanto à continuidade.

- 2) Verifique se a função $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}$ definida pela expressão

$$f(x, y) = \frac{xy^2}{x^2 + y^4}$$

é prolongável por continuidade ao ponto $(0, 0)$.

- 3) Calcule, se existirem, os seguintes limites:

a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x+y)}{x+y}$

b) $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} e^{-\frac{1}{x^2+y^2+z^2}}$

c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} \left(1 + \frac{x^2 - 2x - y^2 + 4y - 3}{(x-1)^2 + (y-2)^2} \right)$

- 4) Considere a função $f : D \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida pela expressão

$$f(x, y) = \left(\log(4 - x^2 - y^2), \frac{x}{x^2 + y^2} \right)$$

no domínio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x^2 + y^2 < 4\}$.

- a) Represente geometricamente o conjunto D , e diga se é aberto, fechado ou limitado.
b) Mostre que f não é prolongável por continuidade a nenhum ponto fronteiro a D .

- 5) Considere a função $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin \frac{x^2}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) Mostre que f é contínua em $\mathbb{R}^2$.
b) Calcule as derivadas parciais na origem.