

7ª Aula Prática

- 1) Considere a função $g : D \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(x, y) = (\sqrt{1 - x^2 - y^2})^{-1}$ no domínio D desta expressão.
- a) Determine o domínio D e represente-o geometricamente. Diga se é um conjunto limitado, e justifique.
 - b) Identifique as linhas de nível da função g e represente-as graficamente.
 - c) Verifique se a função g é limitada.
 - d) Calcule o contradomínio de g .
 - e) Mostre que o conjunto D é aberto.
 - f) Determine $\frac{\partial g}{\partial x}$ e $\frac{\partial g}{\partial y}$ para $(x, y) \in D$.

- 2) Repita o exercício anterior, com $g(x, y) = \log |y - x^2|$.

- 3) Considere o subconjunto de $\mathbb{R}^2$ definido por:

$$D = \{(x, y) : xy > 1\}$$

- a) Represente-o graficamente e diga se é aberto, fechado ou limitado. Identifique a sua fronteira.
 - b) Dê um exemplo de uma sucessão de termos em D que convirja para um ponto não pertencente a D .
- 4) Calcule as derivadas parciais, para cada ponto $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, da função g definida por

$$g(x, y) = \int_1^{x^2 y} e^{-t^2} dt .$$

- 5) Calcule as derivadas parciais, nos pontos em que existam, da função $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

a)

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x+y}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

b)

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x\sqrt{3x^2+y^2}}{x^2+y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$