6ª Aula Prática

1) Calcule uma primitiva de $\operatorname{sen}^4 x$,

(i) recorrendo à substituição $\operatorname{tg} x = t$;

(ii) recorrendo à expressão de $\operatorname{sen}^2 x$ em termos de $\cos 2x$.

Obs. Verifique o que obteria com as substituições $\operatorname{sen} x = t$, $\cos x = t$ e $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$. (Leia a nota do exercício seguinte.)

2) Calcule uma primitiva de $\operatorname{sen}^4 x \cos^3 x$,

(i) recorrendo à substituição $\operatorname{sen} x = t$;

(ii) recorrendo à substituição $\operatorname{tg} \dfrac{x}{2} = t$.

Nota: Para facilitar a substituição, recorde a fórmula $\operatorname{sen} \alpha = 2 \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$ e atenda a que $\cos^2 \alpha = \frac{1}{\sec^2 \alpha} = \frac{1}{1+\operatorname{tg}^2 \alpha}$.

Obs. Verifique o que obteria com as substituições $\cos x = t$ e $\operatorname{tg} x = t$.
Que outro método poderia ter utilizado para obter a primitiva pedida?

3) Calcule uma primitiva de $\dfrac{1}{\operatorname{sen} x(1-\cos x)^3}$,

(i) recorrendo à substituição $\cos x = t$;

(ii) recorrendo à substituição $\operatorname{tg} \dfrac{x}{2} = t$.

Obs. Verifique o que obteria com as substituições $\operatorname{sen} x = t$ e $\operatorname{tg} x = t$.

4) Calcule uma primitiva de $\dfrac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} x + \cos x}$,

(i) recorrendo à substituição $\operatorname{tg} x = t$;

(ii) recorrendo à substituição $\operatorname{tg} \dfrac{x}{2} = t$.

Obs. Verifique o que obteria com as substituições $\cos x = t$ e $\operatorname{sen} x = t$.

5) Calcule uma primitiva de $\dfrac{3+\cos x}{1+\operatorname{sen} x}$, recorrendo à substituição $\operatorname{tg} \dfrac{x}{2} = t$. Verifique se alguma das substituições consideradas nos exercícios anteriores seria utilizável.

Observe que tipo de expressão obteria com as diversas substituições se a função a primitivar fosse $\frac{\sqrt{3+\cos x}}{1+\operatorname{sen} x}$.

6) Calcule uma primitiva de $\dfrac{2^x}{4^x - 1}$.

7) Calcule uma primitiva de $\dfrac{1+\sqrt{(x-1)(x-2)}}{x}$.