

Cálculo Diferencial e Integral III

1º Semestre

Ficha de Problemas nº 11 (Aula Online)

Transformada de Laplace

1. Calcule as transformadas de Laplace das funções definidas em $[0, +\infty[$ por

(a) $te^{-t} \cos 3t$

(b) $f(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } 0 \leq t \leq 1 \text{ e } t \geq 2 \\ t^2 - 2 & \text{se } 1 \leq t \leq 2 \end{cases}$

Determine também os domínios das transformadas de Laplace.

2. Resolva o problema de valor inicial:

$$\begin{cases} y'' + y = \text{sen } t \\ y(0) = 2, \quad y'(0) = 3. \end{cases}$$

3. Resolva o problema de valor inicial

$$\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = f(t) \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$$

com

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } 0 \leq t < 2 \\ t - 2 & \text{se } t \geq 2. \end{cases}$$

4. Considere a equação diferencial

$$y''' - 7y' + 6y = h(t) .$$

(a) Considerando $h(t) \equiv 0$, determine a solução geral da equação. Indique, justificando, a forma das soluções limitadas em $[0, \infty[$. Existem soluções limitadas em \mathbb{R} ?

(b) Determine a solução da equação que verifica $y(0) = y'(0) = y''(0) = 0$, e com

$$h(t) = 20 \delta(t - 2),$$

onde $\delta(t - 2)$ representa a distribuição delta de Dirac centrada em 2.