

**Justifique convenientemente todas as respostas!****Grupo I**

10 valores

1. Considere que o tempo entre chegadas consecutivas de chamadas telefónicas a uma central de táxis (X , em segundos) possui distribuição exponencial de parâmetro λ . Uma concretização de uma amostra aleatória de dimensão 100 da variável X conduziu a $\sum_{i=1}^{100} x_i = 1\,121$ segundos. Com base na amostra dada:

(a) Determine a estimativa de máxima verosimilhança de λ . (3.0)

(b) Obtenha a estimativa de máxima verosimilhança da probabilidade do tempo entre chegadas consecutivas de chamadas telefónicas à central ser inferior a 5 segundos. (2.0)

2. Para avaliar a qualidade do ar na proximidade de duas cimenteiras, A (que possui co-incineração) e B (que não possui co-incineração), consideraram-se as variáveis aleatórias Y_1 e Y_2 , que indicam a concentração de partículas em suspensão no ar (em microgramas por m^3) na proximidade das cimenteiras A e B , respectivamente. Suponha que Y_1 e Y_2 têm distribuições normais com variâncias desconhecidas mas iguais. A concretização de duas amostras aleatórias independentes, de dimensões 10 e 15, de Y_1 e Y_2 , conduziu aos seguintes valores:

$$\sum_{i=1}^{10} y_{1i} = 850; \quad \sum_{i=1}^{15} y_{2i} = 1\,350; \quad \sum_{i=1}^{10} y_{1i}^2 = 73\,250; \quad \sum_{i=1}^{15} y_{2i}^2 = 123\,000.$$

(a) Determine um intervalo de confiança a 98% para a diferença entre os valores esperados das concentrações de partículas em suspensão no ar na proximidade das duas cimenteiras. (3.5)

(b) Com base no intervalo de confiança obtido na alínea anterior, teste ao nível de significância de 2% a veracidade da seguinte afirmação feita por um técnico da área ambiental: “Os valores médios das concentrações de partículas em suspensão no ar na proximidade das duas cimenteiras são iguais”. (1.5)

Grupo II

10 valores

1. Para um determinado cruzamento rodoviário tem sido registado o número mensal de acidentes lá ocorridos. Uma amostra de 120 meses (10 anos) conduziu a resultados que se encontram agrupados na seguinte tabela:

nº de acidentes	0	1	2	3 ou mais
frequência	79	27	12	2

Será que os dados corroboram a hipótese de o número mensal de acidentes nesse cruzamento seguir a distribuição de Poisson de parâmetro 0.5? Recorra para o efeito ao cálculo do valor- p . (4.0)

2. Um especialista em motricidade humana pretende verificar se o modelo de regressão linear simples, $Y = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon$, com as hipóteses de trabalho habituais, é adequado para estudar a relação entre a altura (x , em cm) e o número de pulsações por minuto logo após a realização de uma determinada actividade física, Y . Para isso, efectuou medições em 12 pessoas praticantes dessa actividade, tendo obtido os seguintes resultados:

$$\sum_{i=1}^{12} x_i = 1\,986; \quad \sum_{i=1}^{12} x_i^2 = 336\,752; \quad \sum_{i=1}^{12} y_i = 1\,572; \quad \sum_{i=1}^{12} y_i^2 = 225\,932. \quad \sum_{i=1}^{12} x_i y_i = 265\,831$$

A recta estimada de mínimos quadrados é: $E(\widehat{Y}|x) = 14.807 + 0.702x$.

(a) Teste ao nível de significância de 1% a significância da recta de regressão. (4.0)

(b) Determine o coeficiente de determinação associado ao modelo de regressão considerado. Comente os resultados obtidos, tendo em conta o resultado desta alínea e o da alínea anterior. (2.0)